

'DAT KAN GEEN TOEVAL ZIJN!'

WAARSCHIJNLIJKHEID: VAN OBJECTIEVE KANSEN TOT SUBJECTIEVE GRADEN VAN OVERTUIGING

Kernvraag: wat is waarschijnlijkheid?

We bespreken historie, mathesis, Φ & Ψ .

Wet van de waterkans: vaak is het zeker dat er iets onwaarschijnlijk zal gebeuren.

1. WAARSCHIJNLIJKHEID VOOR HET LEVEN (EN DE WETENSCHAP)

Context: dobbelspel, sportwedstrijd, sociale wetensch., wereldgesch., radioactief verval

Op rationele manier omgaan met onzekere informatie; veralgemening van logica.

2. HISTORISCHE ONTWIKKELING

"Het is opmerkelijk dat een wetenschap, die ontstaan is uit het beschouwen van kansspelen, zich zou verheffen tot de rang van de meest belangrijke onderwerpen van menselijke kennis." – LAPLACE (1814)

2.1 VAN ONBEREKENBAAR LOT ...

Lange tijd werd impliciet aangenomen dat aan toevals-processen, gokspelen en de menselijke natuur niet te rekenen valt.

2.2 ... TOT REKENEN AAN LOTERIJEN

De huidige kansrekening gaat terug op de 17^{de} eeuw; Pascal en Fermat corresponderden over twee gokproblemen. Cardano was een voorloper. Ook belangrijke bijdragen van Huygens, Leibniz, Bernoulli.

2.3 VOORWAARDELIJKE WAARSCHIJNLIJKHEID

Stelling van Bayes: 1^{ste} versie door Bayes, veralgemeend en verspreid door Laplace.

"Des te buitengewoner de gebeurtenis, des te groter de nood aan onderbouwing ervan met sterke bewijzen." – LAPLACE (1814)

Kolmogorov 1956: maattheorie.

3. ZIT WAARSCHIJNLIJKHEID IN DE WERELD OF ENKEL IN ONS HOOFD?

3.1-3.3 HET CONCEPT WAARSCHIJNLIJKHEID HEEFT EEN JANUSKOP, ALDUS IAN HACKING.

Etymologie van 'waarschijnlijkheid'

Ontologisch vs. (puur) epistemisch:

kans vs. rationele graad van overtuiging

3.4 KLASSIEKE, EPISTEMISCHE

WAARSCHIJNLIJKHEID

De klassieke definitie door Laplace steunt op het indifferentieprincipe. Elementaire gebeurtenissen krijgen zelfde waarschijnlijkheid toegekend (bij onwetendheid of symmetrie). Hierdoor ligt focus volledig op combinatoriek: tellen en breuken bepalen.

Epistemisch: menselijke onwetendheid in deterministisch wereldbeeld (demon van Laplace); er wordt perfecte intersubjectieve consensus verondersteld (lijkt objectief).

3.5 INDUCTIEVE LOGICA

De traditie van Leibniz wordt verdergezet in het werk van Keynes en Carnap.

3.6 PERSOONLIJKE, MAAR RATIONELE GRADEN VAN OVERTUIGING

Voor wetenschappers is de term 'subjectief' wellicht pejoratief. Wat hiermee bedoeld wordt is echter: een verschil in perspectief leidt tot verschillende toegang tot informatie. De regel van Bayes beschrijft hoe dit tot verschillende posterior waarschijnlijkheidstoekenning kan leiden.

3.7 RELATIEVE FREQUENTIES EN HUN LIMIETEN

Zijn kansen meetbaar? Venn stelde kans gelijk aan relatieve frequentie, maar hoe kunnen we dan nog spreken van misleidende evidentie?

Von Mises werkte met oneindige referentieklassen, maar dit bemoeilijkt de empirische interpretatie weer.

Als definitie voor waarschijnlijkheid wordt nog vaak limiet van relatieve frequenties gebruikt.

3.8 ONTOLOGISCHE KANSEN EN DE PROPENSITY-INTERPRETATIE

Aanname dat de wereld zelf inherent stochastisch is (interpretatie van de kwantummechanica) en eenmalige gebeurtenissen een intrinsieke kans hebben.

4. WISKUNDIGE BASISREGELS

“Waarschijnlijkheidsrekening is niets anders dan gezond verstand herleid tot berekening.” – LAPLACE (1814)

4.1 BASISBEGRIPPEN EN SYMBOLEN

Gebeurtenissen worden voorgesteld door verzamelingen: link met deductieve logica en kwalitatief redeneren.

(Filosofische vraag: Bestaan gebeurtenissen ‘echt’ uit elementaire gebeurtenissen?)

Uitkomstenruimte: Ω

Gebeurtenisruimte: $\mathcal{A}(\Omega)$ is verzameling van (eindig: alle) deelverzamelingen van Ω

4.2 BASISREGELS VOOR HET EINDIGE GEVAL

- Zekerheid: $P(\Omega)=1$
- Functie: $P: \mathcal{A}(\Omega) \rightarrow [0,1]$
- Basis-somregel: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, op voorwaarde dat $A \cap B = \emptyset$

Voorwaardelijke waarschijnlijkheid:

$P(A | B) = P(A \cap B) / P(B)$, op voorwaarde dat $P(B) \neq 0$

Stelling van Bayes:

$$P(h | e) = P(e | h) P(h) / P(e)$$

(op voorwaarde dat $P(e) \neq 0$)

- $P(h | e)$: de posterior, waarschijnlijkheid van de hypothese na de evidentie;
- $P(e | h)$: de *likelihood* van de evidentie uitgaande van de hypothese;
- $P(h)$: de prior, waarschijnlijkheid van de hypothese voorafgaand aan de evidentie (ook prevalentie of *base rate* genoemd);
- $P(e)$: de waarschijnlijkheid van de evidentie; deze hangt mede af van welke hypothesen men naast h beschouwt.

4.3 ONEINDIGE UITKOMSTENRUIMTE

$\mathcal{A}(\Omega)$ is een sigma-algebra

Extra axioma: sigma-additiviteit

5. INVERSE WAARSCHIJNLIJKHEID EN STATISTIEK

5.1 VOORWAARTSE EN INVERSE WAARSCHIJNLIJKHEID

Statistiek draait in essentie om inverse problemen: belang stelling van Bayes.

5.2 WAARSCHIJNLIJKHEID EN WERKELIJKHEID

Het is nooit zeker dat gemaakte aannames van toepassing zijn op de werkelijkheid.

Axioma's suggereren empirische interpretatie, maar correspondentie met empirie is niet gegarandeerd. Ook wetten van de grote aantallen zijn puur wiskundige resultaten, vervullen geen brugfunctie.

6. PSYCHOLOGISCHE ASPECTEN

6.1-6.3 TOEVAL & PATROONZUCHT

Fragment Gerrit Krol.

6.4 FACTOREN DIE HET INSCHATTEN VAN WAARSCHIJNLIJKHEDEN ONTERECHT BEÏNVLOEDEN

Vorm van de informatie speelt een rol: ervaring of getal, absoluut of relatief, ...

7. BLUNDERBOEK

7.1 GENEESKUNDE

Geïnformeerde toestemming vs. framing: zie §6.4. Verontachtzaming van prevalentie (*Harvard Medical School Test*).

7.2 RECHTSPRAAK

Casus: Lucia de B.

Bij de ‘drogreden van de aanklager’ wordt $P(h | e)$ verward met $P(e | h)$.

8. REMEDIES

Oefen/doceer ook kwalitatief denken.

Informeer jezelf over alle aspecten van waarschijnlijkheidstheorie.

Leer valkuilen en denkfouten herkennen.

Belangrijkste les:

Elke waarschijnlijkheid is voorwaardelijk

Referenties Zie hoofdstuk en dan vooral: Hacking (historie), Hájek (Φ), Kahneman (Ψ) en Laplace (mathesis). Voor de “wet van de waterkans”: zie ook Hand.